María tiene un código secreto de seis cifras. Se conocen tres características del código: es capicúa, es múltiplo de 9 y, si se eliminan la primera y la última cifra, el número resultante es una potencia de 11.

¿Cuál es el código secreto de María?

SOLUCIÓN

1) Llamemos X al código de seis cifras que se escribirá (al ser capicúa) ABCCBA (A no puede ser 0 porque X tiene 6 cifras). Es decir, X se expresa en numeración decimal:

$$\mathbf{X = A + 10B + 100C + 1000C + 10000B + 100000A.}$$

2) Como es divisible por 9, sabemos que la suma de las cifras de X es múltiplo de 9 (https://es.wikipedia.org/wiki/Divisibilidad#Reglas_de_divisibilidad), es decir, 2A + 2B + 2C es múltiplo de 9, así que A + B + C es múltiplo de 9.

3) Sabemos que el número

$$\mathbf{Y = 1B + 10C + 100C + 1000B}$$

es una potencia de 11 (en particular, eso implica que B no puede ser par, en particular no puede ser 0). Como $11^2 = 121$, $11^3 = 1331$ y $11^4 = 14641$, eso indica que **Y = 1331**.

Retomando 2), A + B + C = A + 3 + 1 = A + 4. Para que A + 4 sea múltiplo de 9, A debe ser necesariamente 5.

Así

$$\mathbf{X = 513315.}$$