

En un concurso de preguntas y respuestas, se plantean 30 preguntas. Cada respuesta acertada vale 8 puntos, cada respuesta errónea resta 5 puntos al total y, si no se responde a una pregunta, el marcador no se mueve.

Si Antonia ha obtenido 13 puntos tras contestar a la tanda de 30 preguntas, ¿cuántas respuestas erróneas ha tenido?

SOLUCIÓN

Llamamos B al número de respuestas correctas y M al número de incorrectas.

Sabemos que $B + M \leq 30$ (*).

Como Antonia ha obtenido 13 puntos, eso significa que

$$8B - 5M = 13,$$

es decir, la cifra de las unidades del número $8B - 5M$ es 3.

Si nos fijamos en los múltiplos de 8 (8×1 , 8×2 , etc.), observamos que las cifras de las unidades de esos múltiplos forman la siguiente sucesión: 8, 6, 4, 2, 0, 8, 6, 4, 2, 0, 8, 6, 4, 2, 0, etc.

En el caso de los múltiplos de 5, las cifras de las unidades de esos múltiplos forman la siguiente sucesión: 5, 0, 5, 0, 5, 0, etc.

Según lo anterior $8B - 5M$ tiene como cifra de unidades un 3, y esto sucede solo si $8B$ tiene como cifra de unidades un 8 y $5M$ posee como cifra de unidades un 5. De otra manera,

$$B = 5X + 1 \text{ y } M = 2Y + 1,$$

donde $0 \leq X \leq 5$ y $0 \leq Y \leq 14$ por la condición (*).

Es decir, buscamos dos enteros positivos X e Y tales que

$$8(5X + 1) - 5(2Y + 1) = 13.$$

Simplificando, debe ser

$$40X - 10Y = 10, \text{ es decir, } 4X - 1 = Y.$$

Como $Y \leq 14$, debe ser $1 \leq X \leq 3$ (no puede ser 0, y $16 - 1 = 15$).

- 1) Si fuera $X = 1$, sería $Y = 3$. Entonces $B = 6$ y $M = 7$, es decir Antonia habría contestado correctamente 6 preguntas, 7 mal y habría dejado de contestar 17 preguntas.
- 2) Si fuera $X = 2$, sería $Y = 7$. Entonces $B = 11$ y $M = 15$, es decir Antonia habría contestado correctamente 11 preguntas, 15 mal y habría dejado de contestar 4 preguntas.
- 3) Si fuera $X = 3$, sería $Y = 11$. Entonces $B = 16$ y $M = 23$; pero esta solución es imposible, porque solo hay 30 preguntas planteadas.

Así, Antonia ha respondido mal a 7 o a 15 preguntas.