

Primera manera

Basta con tener en cuenta que $2^4 = 16$.

Entonces, $9^{222} < 16^{222} = (2^4)^{222} = 2^{888} < 2^{999}$. Así:

$$\mathbf{9^{222} < 2^{999} .}$$

Segunda manera

$2^{999} = (2^9)^{111} = 512^{111}$ y $9^{222} = (9^2)^{111} = 81^{111}$.

Como $81^{111} < 512^{111}$, se deduce el resultado:

$$\mathbf{9^{222} < 2^{999} .}$$